

Het effect van breuken leren in het VMBO met 'Hulp bij leerproblemen: Rekenen & wiskunde'

Prof. Dr. J. E. H. (Hans) van Luit

Inleiding

Het realistisch rekenen-wiskunde is inmiddels gemeengoed geworden in het voortgezet onderwijs. Voor de meeste leerlingen blijkt dit een zeer geschikte manier om wiskunde te leren (begrijpen), maar dit geldt niet voor alle leerlingen (Van Luit, 2010). Met name leerlingen die over een mindere rekenvaardigheid beschikken hebben niet optimaal baat bij de reken-wiskundedidactiek, zoals die gegeven wordt in het voortgezet onderwijs, omdat zij andere onderwijsbehoeften hebben dan hun klasgenoten (Kroesbergen & Van Luit, 2003; Ruijsenaars, Van Luit, & Van Lieshout, 2014). Deze behoeften worden hoofdzakelijk veroorzaakt door een andere manier van het verwerken van informatie door deze leerlingen (zie: Van Luit, 2015). In het wiskundeonderwijs wordt verwacht dat zij explorerend leren, dat wil zeggen dat zij aan de hand van globale instructie en discussie zelf of samen met een medeleerling probleemoplossingen uitproberen en zo wetmatigheden ontdekken, die ook toegepast kunnen worden bij andere reken-wiskundetaken. Waar 'normaal lerende' leerlingen deze informatie op impliciete wijze uit de les en het lesmateriaal op kunnen maken, zijn leerlingen die rekenen-wiskunde moeilijk vinden hier vaak niet of in mindere mate toe in staat. Dit leidt ertoe dat zij minder profiteren van de geboden stof en instructie, en uiteindelijk niet het gewenste resultaat behalen. Deze leerlingen hebben over het algemeen meer baat bij het expliciet aanleren en inoefenen van de rekenvaardigheden (Geary & Hoard, 2004). Ook de regels die horen bij rekenenwiskunde dienen expliciet aangeleerd te worden,

op een dusdanige manier dat de leerling een regel kan oproepen op het moment dat die nodig is. Op die manier is de leerling beter in staat nieuwe rekenwiskundesituaties op een gestructureerde manier aan te pakken.

Het werkgeheugen van leerlingen die veel moeite hebben met wiskunde raakt al gauw overbelast, waardoor zij beperkt worden in de mogelijkheid een opgave adequaat op te lossen (Ruijsenaars et al., 2014; Swanson, 2011; Van Luit, 2010; 2015). Dit komt omdat zij al verworven kennis over rekenstrategieën niet direct op kunnen roepen en/of toepasbaar kunnen maken. Zij hebben veel capaciteit van hun werkgeheugen nodig om de vele deelstappen uit te rekenen, die nodig zijn om tot de uiteindelijke oplossing te komen. Dit probleem geldt evenzeer voor het gebruik en het toepassen van reken-wiskunderegels. Ten behoeve van dit soort problemen, die zich in het onderwijs voordoen, wordt reeds in het basisonderwijs veelvuldig hulp geboden door middel van ondersteuning via aanvullende programma's of hulpmateriaal. Voor het voortgezet onderwijs is deze mogelijkheid aanwezig middels het gebruik van het programma 'Hulp bij leerproblemen: Rekenen & wiskunde'.

Onderzoek

Het programma 'Hulp bij leerproblemen: Rekenen & wiskunde' heeft als doel leerlingen op diverse domeinen, die zowel betrekking hebben op stof uit de basisschoolperiode als uit het voortgezet onderwijs, specifiek te ondersteunen. Om na te gaan of dit doel door het programma bewerkstelligd wordt, is een effectstudie uitgevoerd

op een deeldomein. In de periode januari tot april is in de eerste klas van een VMBO-school onderzoek gedaan naar de vraag of brugklasleerlingen met een rekenachterstand, baat hebben bij de hulp zoals in domein 3: 'Breuken, verhoudingen en procenten' van het programma is opgenomen. De keuze voor de groep participerende leerlingen is gemaakt, omdat in het VMBO meer leerlingen zitten die moeite hebben met dit onderwerp. Zo is de kans dat een leerling met ernstige rekenwiskunde problemen of dyscalculie naar het VMBO gaat in plaats van naar HAVO, VWO of gymnasium tien keer zo groot (zie: Van Luit, 2010).

In dit onderzoek staat de vraag centraal in hoeverre (een klein deel van) het programma een positieve invloed heeft op de rekenvaardigheid van zwakke leerlingen in het voortgezet onderwijs, wanneer het programma wordt aangeboden in plaats van de vigerende methode op school. Het onderwijs in de experimentele groep is aangeboden middels het hanteren van directe instructie, het herhalen en bewust actualiseren van al eerder aangeleerde en zelf verworven leerstof, het inslijpen van nieuw te verwerven kennis, het leggen van relaties met al verworven kennis en het controleren van de door de leerling gebruikte oplossingsstrategie(ën) (Ruijsenaars et al., 2014). Het programma komt tegemoet aan de inzet van passende middelen voor zwakke leerlingen, zoals in de protocollen ERWD voor VO en MBO wordt bepleit (zie: Van Groenestijn, Van Dijken, & Janson, 2012a; 2012b).

De algemene probleemstelling is als volgt geformuleerd: Bevordert onderwijs op basis van het programma 'Hulp bij leerproblemen: Rekenen & wiskunde' de vaardigheid in het werken met breuken van VMBO-leerlingen, als het in plaats van de stof uit de methode 'Moderne Wiskunde' wordt aangeboden? Het onderzoek beperkt zich aldus tot het onderdeel rekenen met breuken en in beperkte mate verhoudingen en procenten, omdat door vakdocenten is aangegeven dat er met name op dit gebied

veel basale problemen worden ervaren. Het programma gaat daarbij uit van het principe van directe instructie. Dit betekent gebruik maken van frontaal onderwijs, waarbij de vaardigheden expliciet aangeleerd en geoefend worden (Ewing, 2011). Bovendien biedt deze (klassikale) werkwijze de mogelijkheid impliciet de benodigde deelvaardigheden te trainen (Ruijsenaars et al., 2014).

Methoden

Proefpersonen

Het onderzoek is uitgevoerd bij leerlingen in het voortgezet onderwijs die moeite hebben met het onderdeel breuken (en verhoudingen en procenten). Het gaat om brugklasleerlingen in het VMBO in de leeftijd van 12 tot 14 jaar. De experimentele groep bestaat uit 22 leerlingen en de controlegroep uit 20 leerlingen. Beide groepen, van dezelfde school en les volgend bij dezelfde docent, maakten aan het begin van het onderzoek een instaptoets (zie: map Breuken G3103), hetgeen in het onderzoek fungeert als de voormeting. Hierbij is de, ook in het programma gehanteerde, 60%-norm aangehouden als grens voor het al dan niet deelnemen aan het onderzoek. Kinderen die lager dan het beheersingsniveau van 60% goed scoren op de toets behoren tot de doelgroep. In Tabel 1 staan de gegevens van de twee onderzoeksgroepen (experimentele groep en controlegroep) vermeld betreffende de variabelen sekse, leeftijd en nationaliteit.

Tabel 1: Gegevens van de onderzoeksgroepen: sekse, leeftijd en nationaliteit

Groep	Sekse			Leeftijd (jaar, mnd.)		Nationaliteit*	
	N	J	M	M	SD	Ned	Niet Ned
Experimenteel	22	13	9	12,9	0,8	5	17
Controle	20	9	11	12,8	0,4	7	13

*Ned = Nederlands, Niet Ned = Marokkaans of Turks

Procedure en materialen

Het onderzoek is uitgevoerd door twee laatstejaars universitair studenten Orthopedagogiek van de Universiteit Utrecht. Middels een voor- en nameting zijn de gegevens verzameld. De twee metingen bevatten programmegebonden toetsen, die ontwikkeld en opgenomen zijn binnen het programma. Beide metingen bestaan uit drie opgavenboekjes: één voor het onderdeel breuken (25 opgaven; 50 taken), één voor het onderdeel verhoudingen (18 opgaven; 18 taken) en één voor het onderdeel procenten (17 opgaven; 28 taken). Het afnemen van één toets nam per klas een tweetal lessen in beslag. Voor het breukenboekje hadden de leerlingen 40 minuten ter beschikking (één lesuur) en voor de resterende twee boekjes tweemaal 20 minuten (tezamen één lesuur).

De experimentele groep heeft gedurende acht weken één les van 45 minuten per week gehad met stof uit het programma. Het betrof tijdens deze lessen uitsluitend de extra instructie en oefenbladen in met name het onderdeel breuken en incidenteel in de onderdelen verhoudingen en procenten. Deze instructie werd gegeven volgens het model van directe instructie (Ruijsenaars

et al., 2014). De leerlingen uit de controlegroep kregen tegelijkertijd tijdens de reguliere wiskundeles de vigerende instructie over dezelfde domeinen uit de eigen methode. De groepen zijn qua hoeveelheid bestede tijd aan breukenonderricht dus vergelijkbaar.

Resultaten

De effectiviteit van het programma is gemeten bij twee groepen leerlingen uit de brugklas van het VMBO. Eerst is nagegaan is of de groepen vergelijkbaar waren op het gebied van leeftijd, sekse en nationaliteit. Vergelijking van de gemiddelde leeftijden van de leerlingen in de twee groepen toont dat deze niet van elkaar afwijken ($t(1,40) = .072, p = .943$). Ook de verdeling van het aantal jongens en meisjes in de klassen alsmede de nationaliteiten is nagegaan. Uit de toetsing blijkt dat de verdeling van het aantal jongens en meisjes in beide groepen ongeveer gelijk is ($\chi^2 = .834, p = .361$). De factor nationaliteit laat ook geen verschil zien tussen beide groepen ($\chi^2 = .773, p = .379$).

Naast de vergelijking van beide groepen op hun samenstelling is gekeken naar hun resultaten op de voormeting. De resultaten staan in Tabel 2. Op de voormeting blijken

Tabel 2: Vergelijking van de gemiddelde toetsscores per subdomein en per groep op de voormeting en de nameting

Toetsscores		Breuken		Verhoudingen		Procenten		Totaal	
		max.: 50		max.: 18		max.: 28		max.: 96	
Groep	Meting	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
Exp.	Voor	25,95	7,88	9,05	3,93	10,18	3,95	45,18	11,47
	Na	37,27	8,21	12,55	4,28	10,77	4,39	60,59	13,35
Contr.	Voor	24,10	13,51	9,65	3,98	10,40	4,36	44,15	18,70
	Na	29,55	11,02	11,70	5,60	11,60	4,76	52,85	20,05

de rekenprestaties van beide groepen voor alle drie onderdelen en het totaal niet van elkaar te verschillen:

- (breuken: $t(1,40) = .550$, $p = .586$;
- verhoudingen: $t(1,40) = -.495$, $p = .623$;
- procenten: $t(1,40) = -.170$, $p = .866$;
- totaalscore: $t(1,40) = .218$, $p = .829$).

De uitgangspositie is dus voor beide groepen hetzelfde, waardoor de resultaten op de nameting met elkaar vergeleken mogen worden.

Na afloop van het experiment is nagegaan of de groepen ook op de nameting vergelijkbaar zijn. Toetsing laat zien dat het verschil in totaalscore op de nameting voor beide groepen niet van elkaar verschilt ($t(1,40) = 1.485$, $p = .145$).

Wanneer gekeken wordt naar de afzonderlijke onderdelen, dan is alleen op het subdomein Breuken een significant resultaat ($t(1,40) = 2.574$, $p = .014$) behaald. De leerlingen uit de experimentele groep scoorden hierbij hoger dan de leerlingen uit de controlegroep. De resultaten voor de - niet getrainde - subdomeinen Verhoudingen en Procenten zijn voor beide groepen vergelijkbaar.

Conclusie & discussie

Met dit onderzoek is de effectiviteit van het programma 'Hulp bij leerproblemen: Rekenen-Wiskunde' voor het subdomein Breuken nagegaan. Om dit te kunnen doen is onderzocht of de experimentele en controlegroep qua samenstelling vergelijkbaar zijn aan de hand van de factoren sekse, leeftijd en nationaliteit. Dit blijkt het geval.

Ten eerste kan uit de testresultaten geconcludeerd worden dat de experimentele groep naar verwachting heeft geprofiteerd van het hulpprogramma, wanneer gekeken wordt naar de resultaten op het subdomein Breuken. De experimentele groep heeft hier duidelijk van het programma

geprofiteerd. Op de subdomeinen Verhoudingen en Procenten is geen verschil in vooruitgang te zien. Dit is ook niet direct te verwachten aangezien de meeste leerlingen met rekenproblemen geen transfer van kennis laten zien (zie G0020) en over beperkte metacognitieve vaardigheden beschikken (zie G0050). Er van uitgaande dat het hulpprogramma vooral bedoeld is ter ondersteuning van de remedial teacher of rekenspecialist, en deze vaak gebruik maakt van een 'behandelperiode' van 10 lessen van 30 minuten, is in dit experiment een lesperiode genomen die qua totale trainingstijd ongeveer overeenkomen. Echter, gedurende het onderzoek bleek die tijd niet voldoende te zijn, waardoor de onderdelen Verhoudingen en Procenten nagenoeg geen aandacht hebben gekregen. Daardoor zijn de vaardigheden, die voor deze onderdelen vereist zijn, volstrekt onvoldoende aan bod gekomen. Juist instructie en inoefenen zijn belangrijke componenten in het onderwijs aan rekenzwakke leerlingen, omdat het risico bestaat dat de geleerde stof anders wegzakt en moeilijk weer uit het (lange termijn) geheugen opgehaald kan worden (Van Luit, 2010).

Een tweede punt betreft het gebrek aan voorkennis bij de leerlingen wat betreft de subdomeinen Verhoudingen en Procenten. Gredler (2001) stelt dat inhoudelijke kennis van een onderwerp als basis kan dienen voor de verwerking en identificatie van nieuw verkregen informatie. De voorkennis functioneert als waarnemingskader voor al bestaande objecten, symbolen en gebeurtenissen. Ten aanzien van het onderdeel breuken was al enige kennis aanwezig, waardoor er in ieder geval een aanknopingspunt bestond om in de lessen op voort te bouwen. Dit aanknopingspunt was in mindere mate aanwezig voor de beide andere subdomeinen. Zo kende een aantal leerlingen het begrip 'verhoudingen' zelfs niet. Het feit dat deze voorkennis nog onvoldoende ontwikkeld is, blijkt eerder regel dan uitzondering. Voor de betreffende subdomeinen is het hierdoor noodzakelijk meer tijd te steken in het leggen van

een toereikende basis. Dit betekent dat bij kinderen met onvoldoende kennis van alle drie subdomeinen minstens een even langdurige remedial teaching periode nodig is voor ieder subdomein afzonderlijk.

Een volgende conclusie, die uit de resultaten getrokken kan worden, betreft de invloed van de controlevariabelen sekse, leeftijd en nationaliteit op de geboekte vooruitgang. De factor sekse blijkt niet van invloed te zijn, hetgeen overeenkomt met veel onderzoek bij deze leeftijdsgroep. Met betrekking tot de factoren nationaliteit en leeftijd kan geen betrouwbare uitspraak gedaan worden, vanwege de te geringe omvang van de steekproef. Uit ander onderzoek (zie Ruijsenaars et al., 2014) is bekend dat deze variabelen veelal geen bepalende factoren zijn voor de verklaring van de rekenproblemen.

Naast hetgeen hiervoor beschreven is, zijn er nog enkele factoren te noemen die van invloed geweest kunnen zijn op de onderzoeksresultaten. Het gaat hierbij om factoren die wellicht niet goed aansluiten bij de mogelijkheden of onderwijsbehoeften van iedere leerling. Een belangrijk rol hierin speelt de didactische vaardigheid van de leraar/remedial teacher/rekenspecialist (verder te noemen: leraar) (Van Luit, 2010).

Leerkrachtgedrag is bepalend voor succesvolle prestaties van leerlingen. De leraar moet een leerling inspireren om betrokken te zijn bij zijn eigen leerproces. Om deze betrokkenheid bij de leerling te realiseren zal de leraar zijn onderwijsstrategie steeds moeten afstemmen op de behoeften van de leerling en op de eigen stijl van leren die een leerling heeft (Ruijsenaars et al., 2014). De leraar dient daarbij de leerlingen op een zodanige manier aan te spreken, dat hij de leerlingen stimuleert actief deel te nemen aan de les en hij moet in staat zijn zo vroeg mogelijk in het leerproces eventuele problemen te signaleren en bespreekbaar te maken. Hiervoor is kennis van alle leerlingen noodzakelijk en inzicht in hoe de leerlingen benaderd dienen te worden.

Een tweede factor betreft de motivatie van de leerlingen. De motivatie was tijdens het onderzoek bij de experimentele groep zeer wisselend. Waren ze de ene les redelijk geconcentreerd, een volgende les was deze concentratie ver te zoeken. Ook dit kan consequenties hebben voor de rendementen van de lessen en dus voor de resultaten van de nameting. Motivatie wordt in de literatuur gekenmerkt als een belangrijke faciliterende factor voor het leren (McInerney, 2007). Deze factor lijkt door het programma niet voldoende te worden gestimuleerd.

Hoewel het programma inhoudelijk beter aansluit bij de didactische behoeften van de leerlingen, blijkt uit de ervaringen tijdens het lesgeven, dat het programma de leerlingen niet méér aanspreekt dan de vigerende methode 'Moderne Wiskunde'. De motivatie van de leerlingen was gering en regelmatig stelden ze de vraag hoe lang ze de lessen volgens het programma nog zouden moeten volgen. Zij blijven het rekenen met breuken (en verhoudingen en procenten) zien als een saaie en overbodige taak. Een verklaring hiervoor kan zijn dat leerlingen, die in hun onderwijsverleden regelmatig geconfronteerd zijn met hun rekenzwakte, na verloop van tijd niet meer de motivatie kunnen opbrengen om zich nog volledig in te zetten voor het vak waarmee ze al zoveel problemen ervaren hebben. Door deze verminderde motivatie zijn de leerlingen sneller geneigd op te geven, in plaats van door te zetten in het zoeken naar een oplossing.

Uit onderzoek en klinische ervaringen blijkt juist dat, wanneer leerlingen steeds meer succeservaringen opdoen, hun motivatie veelal weer zal terugkeren (Ruijsenaars et al., 2014). Om hier enigszins aan tegemoet te komen is het werken in een kleinschalige remedial teaching setting met maximaal vijf à zes leerlingen aan te bevelen. Uit ervaring blijkt dat, wanneer leerlingen in een kleine groepsetting worden onderwezen, de concentratie en motivatie beduidend toenemen (Van Luit & Kroesbergen, 2006).

Een laatste punt van zorg vormt de frequente afwezigheid van sommige leerlingen. Zij hebben niet alle lessen gevolgd, bijvoorbeeld wegens ziekte of spijbelen. Daardoor hebben zij niet alle behandelde stof meegekregen of deze niet voldoende kunnen inoefenen. Gevolg hiervan kan zijn dat ze op de nameting minder goed gepresteerd hebben dan ze zouden kunnen, indien ze wel alle lessen zouden hebben gevolgd.

*Met dank aan alle betrokkenen van het Vader Rijn College te Utrecht waar het onderzoek heeft plaatsgevonden, en aan Eva van Nispen en Sandra Nijssen voor de uitvoering van het onderzoek.

Literatuurlijst

- Ewing, B. (2011). Direct instruction in mathematics: Issues for schools with high indigenous enrolments. A review study. *Australian Journal of Teacher Education*, 36, 5, 64-91.
- Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics: Theoretical and empirical perspectives. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 253-268). New York: Psychology Press.
- Gredler, M. E. (2001). *Learning and instruction. Theory into practice*. Upper Saddle River, New York: Merrill Prentice Hall.
- Hooper, S. R., Roberts, J., Sideres J., Burchinal, M., & Zeisel, S. (2010). Longitudinal predictors of reading and math trajectories through middle school for African American versus Caucasian students across two samples. *Developmental Psychology*, 46, 1018-1029.
- Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs. *Remedial and Special Education*, 24, 97-114.
- McInerney, D. M. (2007). The motivational roles of cultural differences and cultural identity in self-regulated learning. In D. Schunk & B. Zimmerman (Eds.), *Motivation and selfregulated learning: Theory, research, and applications* (pp. 369-400). New York: Erlbaum.
- Ruijsenaars, A. J. J. M., Van Luit, J. E. H., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2014). *Rekenproblemen en dyscalculie. Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling* (4e druk). Rotterdam: Lemniscaat.
- Swanson, H. L. (2011). Working memory, attention and mathematical problem solving: A longitudinal study of elementary school children. *Journal of Educational Psychology*, 103, 821-837.
- Van Groenestijn, M., Van Dijken, G., & Janson, D. (2012a). *Protocol ernstige rekenwiskundeproblemen en dyscalculie VO*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Van Groenestijn, M., Van Dijken, G., & Janson, D. (2012b). *Protocol ernstige rekenwiskundeproblemen en dyscalculie MBO*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Van Luit, J. E. H. (2010). *Dyscalculie, een stoornis die telt*. Doetinchem: Graviant.
- Van Luit, J. E. H. (2015). Theoretische achtergrond van 'Hulp bij leerproblemen: Rekenen & wiskunde in het voortgezet onderwijs'. In A. F. Duinmaijer, J. E. H. Van Luit, M. V. J. Veenman, & P. C. M. Vendel (Red.) *Hulp bij leerproblemen: Rekenen & wiskunde* (pp. G0040: 1-6). Zoetermeer: Betelgeuze.
- Van Luit, J. E. H., Bloemert, J., Ganzinga, E. G., & Mönch, M. E. (2014). *Protocol dyscalculie: Diagnostiek voor gedragsdeskundigen* (2e herziene druk). Doetinchem: Graviant.
- Van Luit, J. E. H., & Kroesbergen, E. H. (2006). Teaching metacognitive skills to students with mathematical disabilities. In A. Desoete & M. V. J. Veenman (Eds.), *Metacognition in mathematics education* (pp. 177-190). Hauppauge, NY: Nova Science Publishers.

